

STRESZCZENIE POPULARNO-NAUKOWE

- **Należy podać cel projektu.** Celem projektu jest poznanie w jakim stopniu postać struktury warunkowej, np. funkcje regresji, czy pewne założenia niezależności wpływają na własności różnych rozkładów prawdopodobieństwa ważnych w modelowaniu probabilistycznym. Często sprowadza się to do tzw. zagadnień charakteryzacyjnych rozkładów prawdopodobieństwa. Ze względu na złożoność modeli probabilistycznych, te rozkłady prawdopodobieństwa mogą być określane na abstrakcyjnych obiektach, np. stożkach symetrycznych lub jednorodnych, czy przestrzeniach funkcyjnych. W szczególności, dla procesów stochastycznych będziemy badać związki między tzw. ASEPami (ang. asymmetric simple exclusion process) z kwadratowymi harnessami (procesy o liniowych warunkowych wartościach oczekiwanych i kwadratowych warunkowych wariancjach) oraz własności wielowymiarowego kwantowego procesu Bessela, jak również metody konstrukcji procesów markowskich wykorzystujące teorie hipergrup. Będziemy również badać zagadnienia charakteryzacji rozkładów prawdopodobieństwa na macierzach i ich uogólnieniach (stożki symetryczne i jednorodne), w szczególności, uogólnienia własności Lukacsa, własności Matsumoto-Yora oraz nowa własność niezależności dla zmiennych o rozkładach Kummera i gamma. Te zagadnienia wiążą się z rozwiązywaniem specjalnych równań funkcyjnych, np. równania Cauchy'ego np. na strukturach stożkowych. Chcemy też kontynuować badanie analogii charakteryzacji w klasycznej i wolnej probabilistyce (w tym nowo odkrytej probabilistyce OW (operatorowo-wolnej)). Interesować nas będzie też rozwinięcie teorii dyskretnej bayesowskich modeli grafowych (ważnych we współczesnej statystyce matematycznej) poprzez definicję odpowiedniej klasy tzw. rozkładów a priori. Będzie to rozszerzenie fundamentalnego rozkładu hiper-Dirichleta na inne modele graficzne niż te, które są oparte na grafach dekomponowalnych. Następnie zajmować się będziemy charakteryzacją modeli tego typu za pomocą pewnych naturalnych warunków niezależności zwanych lokalną i globalną niezależnością parametrów.
- **Opisać jakie badania realizowane będą w projekcie.** Konkretnie badania realizowane w ramach projektu obejmują: zastosowania i uogólnienia wzoru reprezentacyjnego dla ASEPów wykorzystującego momenty procesów QH; związki dobrze znanych procesów urodzin i śmierci z abstrakcyjnym wielowymiarowym kwantowym procesem Bessela; wykorzystanie konkretnych hipergrup do konstrukcji półgrup funkcji przejścia dla procesów Markowa; przeniesienie własności Lukacsa i Matsumoto-Yora na stożki jednorodne (przykładem takiego stożka są macierze symetryczne z ustalonymi pozycjami zer); macierzowa wersja własności i charakteryzacji rozkładów Kummera i gamma; wolne i operatorowo-wolne wersje charakteryzacji regresyjnych; badanie rozkładów a priori w dyskretnej graficznych modelach bayesowskich, ze szczególnym uwzględnieniem uogólnień rozkładu Dirichleta na tzw. grafy istotne (ang. essential graphs) definiujące klasy równoważności grafowych modeli markowskich.
- **Podać powody podjęcia danej tematyki badawczej.** Tematyka charakteryzacyjna jest zarówno ciekawa matematycznie, jak i teorio-poznawczo. Pozwala na jednoznaczny i prosty opis często skomplikowanych rozkładów prawdopodobieństwa za pomocą istotnych własności. Za szczególnie eleganckie uważamy algebraiczne własności procesów QH i one stanowią o intrygujących związkach z ASEPami. Badanie związku wielowymiarowych kwantowych procesów Bessela z procesami urodzin i śmierci jest naturalną konsekwencją obserwacji Biane'a dla procesów jednowymiarowych. Również badanie możliwości jakie daje metoda hipergrup jest naturalną konsekwencją wyników uzyskanych przy próbie jednolitej konstrukcji klasycznego kwantowego procesu Bessela. Badanie charakteryzacji na abstrakcyjnych strukturach algebraicznych jest powodowane naturalną chęcią zrozumienia jak bardzo ogólnie rozumiane mogą być wyniki pierwotnie znane dla sytuacji jednowymiarowej oraz ustalenie własności istotnych skomplikowanych rozkładów prawdopodobieństwa. Badanie rozkładów a priori w dyskretnej bayesowskich modelach graficznych wychodzi na przeciw potrzebie posiadania odpowiednio szerokiej klasy takich rozkładów. Rozkłady tego typu, w szczególności słynny rozkład hiper-Dirichleta, znane są głównie dla modeli dekomponowalnych i tylko w takiej ograniczonej klasie modeli mogą być stosowane. Chcemy pokonać tę trudność wprowadzając wersję rozkładu hiper-Dirichleta w innych modelach niż grafy dekomponowalne.