# LOSOWE ZACHŁANNE ALGORYTMY KOLOROWANIA HIPERGRAFÓW

## Popularnonaukowe streszczenie projektu

Załóżmy, że pewien zbiór elementów musi zostać podzielony na dwie rozłączne grupy. Na przykład, może to być baza danych, która będzie przechowywana w dwóch serwerowniach, albo sieć komputerów która zostanie podłączona do dwóch źródeł zasilania. Podział taki musi jednak spełniać pewne zadane z góry ograniczenia – o pewnych podzbiorach elementów wiadomo, że nie mogą wszystkie trafić do tej samej grupy. Na przykład, ze względów bezpieczeństwa, wszystkie komputery przechowujące pewien ustalony kluczowy plik nie mogą być podpięte do tego samego źródła zasilania.

Tego typu zagadnienia są modelowane przez problem *dwukolorowania* dla odpowiednio zdefiniowanego *hipergrafu*. Zbiór elementów (wpisów w bazie danych, komputerów) to *wierzchołki* hipergrafu, a ograniczenia to *krawędzie* (zbiory komputerów, które nie mogą być jednocześnie podpięte do tego samego źródła zasilania). Podział elementów na dwie grupy odpowiada przypisaniu każdemu wierzchołkowi jednego z dwóch kolorów. W literaturze przyjęło się mówić o hipergrafach, dla których istnieje odpowiednie (unikające jednokolorowych krawędzi) kolorowanie, że mają *własność B*.

Naturalne pytanie, sformułowane w 1961 roku przez Erdősa i Hajnala, brzmi następująco:

*Jakiego rozmiaru jest najmniejszy (w sensie liczby krawędzi) hipergraf w którym wszystkie krawędzie mają dokładnie $k$ elementów i który nie ma własności B?*

Pomimo stosunkowo prostego sformułowania, pytanie to nie doczekało się jak dotąd pełnej odpowiedzi. Wiadomo, że poszukiwany rozmiar (oznaczany $m(k)$) jest nie większy niż $c_1 \cdot k^2 \cdot 2^k$, a nie mniejszy niż $c_2 \cdot \sqrt{\frac{k}{\log k}} \cdot 2^k$, gdzie $c_1$ i $c_2$ są pewnymi stałymi. Nieznany jest dokładny rząd wielkości $m(k)$ i jak dotąd nie są znane efektywne metody konstrukcji przykładów małych hipergrafów bez własności B.

W swojej pracy planujemy poszukiwać ograniczeń zarówno na $m(k)$, jak i na podobnie zdefiniowaną liczbę $\Delta(k)$ – największą liczbę taką, że jeśli każda krawędź ma niepuste przecięcie z co najwyżej $\Delta(k)$ innymi krawędziami, to hipergraf ma własność B. Do tych problemów zamierzamy zastosować nowe warianty metody *kolorowania losowego* w połączeniu z analizą *algorytmów zachłannych*. Technika ta polega, w dużym uproszczeniu, na przypadkowym przydziale elementów do grup, stopniowym poprawianiu podziału za pomocą odpowiednich algorytmów, oraz analizie probabilistycznej otrzymanego kolorowania.