Celem naukowym projektu jest uzyskanie postępu w badaniach dotyczących następujących zagadnień addytywnej kombinatoryki:

1. Pokazanie polilogarytmicznych oszacowań dolnych w problemie Littlewooda w $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$,
2. Udowodnienie nowych oszacowań na moc słabych podzbiorów B_k w $[n]$,
3. Wyznaczenie stopnia regularności równania $x_1 + \cdots + x_k = y_1 + \cdots + y_k + b$.

Problem Littlewooda należy do klasycznych zagadnień adddytywnej kombinatorycznej. Green i Konyagin postawili hipotezę , że jeśli $A \subseteq \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ oraz $|A| < p/2$, to $\sum_r |\widehat{1}_A(r)| \gg \log |A|$. Analogiczna hipoteza (postawiona przez Littlewooda) dla skończonych podzbiorów $\mathbb{Z}$ została udowodniona w latach osiemdziesiątych niezależnie przez McCgee, Pigno, Smitha oraz Konyagina. W pracach Greena, Konyagina, Shkredova i Sandersa pokazane są polilogarytmiczne oszacowania dolne na $\sum_r |\widehat{1}_A(r)|$ dla wszystkich podzbiorów $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ z wyjątkiem zbiorów "średniej mocy" rzędu $p/\log^C p$, gdzie C jest dowolną stałą oraz $p > p_C$. Głównym celem projektu będzie uzyskanie polilogarytmicznych oszacowań dla zbiorów o takiej mocy.

Zbiór $A \subseteq [N]$ nazywamy słabym zbiorem B_k, jeżeli nie zawiera rozwiązań równiania $x_1 + \cdots + x_k = y_1 + \cdots + y_k$ w różnych liczbach $x_i, y_i \in A$. Ruzsa udowodniłł, że $|A| \leqslant (1 + o(1))k^{2-1/k}N^{1/k}$. Kolejnym celem projektu będzie pokazanie, że $|A| \ll k^{2-c}N^{1/k}$ dla pewnego $c > 0$.

Istnieją $\mathbb{N} = A_1 \cup \cdots \cup A_r$ takie, że żaden ze zbiorów A_i nie zawiera rozwiązania równiania $x_1 + \cdots + x_k = y_1 + \cdots + y_k + b$, jeśli tylko $b \neq 0$. Najmniejsze takie r nazywamy stopniem regularności danego równania. Fox i Kleitman postawili przypuszczenie, że dla każdego k stnieje b takie, że że stopnień regularności równania $x_1 + \cdots + x_k = y_1 + \cdots + y_k + b$ wynosi $(2 + o(1))k$. Trzecim celem projektu będzie potwierdzenie powyższej hipotezy.

Powodem podjęcia powyższej tematyki badawczej jest jej ważkość oraz potencjalna możliwość dalszych zastosowań uzyskanych wyników. Wyniki dotyczące podanej problematyki budzą spore zainteresowanie matematyków specjalizujących się w addytywnej kombinatoryce.