

Teoria modeli z działaniem grupy skończonej

Daniel Maksymilian Hoffmann

Tak jak biografia, postać znanego matematyka bardziej interesuje od jego odkryć, tak logikę matematyczną bardziej interesują same teorie matematyczne niż ich obiekty. Innymi słowy, logika matematyczna jest metanauka. Dzieli się na cztery działy, a jednym z nich jest teoria modeli, w obrębie której mają miejsce badania przewidziane w projekcie. Teoria modeli bada własności zbiorów zdań oraz struktur, w których owe zdania są prawdziwe. Strukturę, w której prawdziwe są wszystkie zdania danej teorii nazywamy modelem tej teorii. Takim modelem może być zbiór liczb wymiernych rozpatrywany z dodawaniem i mnożeniem.

Założmy, że mamy pewną teorię T . Celem projektu jest zrozumienie własności teorii T_A^G , którą otrzymujemy z T poprzez rozpatrywanie modeli T wzbogaconych o zbiór automorfizmów (tj. specjalnych odwzorowań modelu), który imituje ustaloną grupę G . Ponadto wymagamy, aby T_A^G była modelowo zupełna.

Badane będą własności jakie przysługują wcześniej znanej teorii T_A , którą otrzymuje się analogicznie poprzez wyróżnienie jednego automorfizmu. Takimi własnościami są stabilność, prostota, eliminacja elementów urojonych, czy wręcz aksjomatyzowalność T_A^G . Oczywiście należy je sprawdzać w zależności od odpowiednich właściwości danej teorii T .

Badania T_A^G są wartościowe, ponieważ do tej pory nikt nie zajmował się tą klasą teorii (zostanie ona zdefiniowana dopiero w projekcie), a wydaje się, że jest to elegancka meta-teoria matematyczna. Poza tym ściśle wiąże się z głębokim zrozumieniem podstawowych własności teorii modeli, umożliwi podanie mechanizmu do produkowania nowych przykładów teorii matematycznych, a także w pewien sposób uogólni niektóre badania prowadzone przez czołowych matematyków w teorii modeli.