

POPULARNONAUKOWE STRESZCZENIE PROJEKTU (W JĘZYKU POLSKIM)

Celem projektu będą topologiczne badanie nad jednorodnością i minimalnością w przestrzeniach zwartych. W najszerszym sensie, jednorodność jest własnością opisującą zjawisko w którym przestrzeń, populacja lub obiekt jest jednolita w swym charakterze, składzie, lub naturze, bez nieregularności. Formalizując to pojęcie w topologii wymaga się od przestrzeni jednorodnej zwartej aby dla dowolnych dwóch jej punktów istniało odwzorowanie wzajemnie jednoznaczne i ciągłe (homeomorfizm) tej przestrzeni odwzorowujące jeden punkt na drugi. Wiele obiektów które znamy nie są jednorodne i mogłyby się wydawać że sklasyfikowanie jednorodnych przestrzeni zwartych nie jest trudne. Jednakże, pomimo tego iż jest to jeden z przewodnich tematów badań w topologii, potencjalna klasyfikacja takich przestrzeni jest daleka od kompletnej. Niejednorodność przestrzeni często (choć nie zawsze) stwarza poważne przeszkody dla sposobu w jaki ta przestrzeń może być przekształcone w siebie, wymuszając złożoność dynamiki, lub przynajmniej obecność punktów stałych. Sytuacja taka jest na drugim końcu spektrum do zjawiska określanego jako minimalność. Najprostsze przykłady systemów minimalnych to restrykcyjne układy dynamiczne do orbit okresowych. Minimalne układy dynamiczne są w pewnym sensie tymi najprostszymi i często nazywane są elementami budującymi te bardziej złożone. Minimalny układ dynamiczny to taki, w którym począwszy od dowolnego miejsca, poprzez kolejne iteracje systemu, możemy dotrzeć dowolnie blisko każdego innego wybranego miejsca. Łatwo zobaczyć, że zjawisko to może zależeć od struktury przestrzeni na której zachodzi. Nieskończona przestrzeń metryczna z punktem izolowanym nie może być minimalna, ale raczej zbiór "autostrad" dla systemu powinien istnieć w takiej przestrzeni doprowadzający wszystkie punkty prawie wszędzie, a różnice w strukturze tej przestrzeni mogą powodować istnienie przeszkód dla istnienia takich "autostrad". Tak jak z jednorodnością w topologii, problem klasyfikacji przestrzeni minimalnych jest dobrze znany i centralny dla teorii układów dynamicznych. Wiele prac jest publikowanych każdego roku na ten temat, w wielu ważnych czasopismach matematycznych.

Opierając się na obecnym stanie wiedzy, projekt proponuje równoległe podejście do jednorodności i minimalności. Budując na swoim doświadczeniu badawczym z przestrzeniami topologicznymi jednorodnymi lub prawie jednorodnymi (w różnym znaczeniu), oraz ze zbiorami niezmienniczymi i atraktorami systemów dynamicznych, autor skonstruuje nowe przykłady przestrzeni jednorodnych oraz przestrzeni i układów minimalnych. Autor planuje szczególnie uważnie przyrzeć się przestrzeniom dziedzicznie nierozkładalnym, które były dotąd ważnym źródłem przestrzeni jednorodnych i minimalnych, takich jak pseudo-łuk i pseudo-okrąg. Kontinua dziedzicznie nierozkładalne stanowią ważną klasę przestrzeni, studiowaną dla ich wielu intrygujących własności. Są one często określane jako "bardzo patologiczne fraktale", ze względu na ich złożoną strukturę i oraz wyróżnianie się pewnym stopniem samo-podobieństwa. Poza topologią, ważne przykłady dotyczące tych przestrzeni pochodzą także z dynamiki zespolonej oraz gładkiej. Dodatkowo, całkiem niedawno przestrzenie te pojawiły się również w takich dziedzinach matematyki jak logika (tzw. projekcyjne granice Fraisse'a) i analiza funkcjonalna (Hipoteza Wood'a). Natomiast skuteczne badania nad tymi przestrzeniami wymagają wysokiego stopnia specjalizacji, i dlatego nie wydają się one łatwo dostępne dla większości naukowców, nawet pracujących tylko w topologii czy układach dynamicznych. Budując na swoich dotychczasowych osiągnięciach i doświadczeniu z tymi przestrzeniami, autor nie tylko skonstruuje nowe przykłady przestrzeni jednorodnych i minimalnych, ale także przybliży innym badaczom przestrzenie dziedzicznie nierozkładalne czyniąc je łatwiejszymi dla przyszłych badań w topologii, dynamice i innych dziedzinach matematyki.

Część badań autora skupi się na zbudowaniu niemetrycznych przestrzeni Hausdorffa, będących analogami znanych jednorodnych continuów 1-wymiarowych. Inna część skupi się na metrycznych "pseudofikacjach" pewnych zbiorów minimalnych znanych z dynamiki powierzchni. Oczekuję się, że badania te doprowadzą autora do odkrycia także innych nowych przykładów, niekoniecznie dziedzicznie nierozkładalnych, jak również układów z dynamiką bardziej złożoną, potencjalnie nawet chaotyczną.