Geometria dużej skali albo, inaczej, geometria zgrubna zajmuje się badaniem obiektów (zwykle nieskończonych), obserwowanych z daleka. Z tej perspektywy koło wygląda jak punkt. Co więcej, widziane z oddali liczby naturalne $0, 1, 2, 3, \ldots$ na osi liczbowej, wydają się leżeć bardzo blisko siebie i niemal zlewać w półprostą liczb dodatnich.

Matematycy badają różne pojęcia liczb. Najbardziej sztywne z nich nazywają ciałami, przykładem są np. wszystkie liczby rzeczywiste – można je dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić. Liczby całkowite, tzn. $\ldots -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$ można dodawać, odejmować i mnożyć, ale nie zawsze dzielić, np. 5 nie jest podzielne przez 2. Inny przykład tego typu, omawiany na każdym kursie matematyki na studiach wyższych, to macierze. Takie struktury nazywamy pierścieniami.

Punkty lub wektory na płaszczyźnie możemy dodawać i odejmować, ale nie możemy ich mnożyć ani dzielić (tych, którzy słyszeli o liczbach zespolonych, odsyłam do przypadku punktów w przestrzeni 5-wymiarowej). Taką strukturę nazywamy **grupą**. Grupy są wszechobecne w matematyce – każdy pierścień czy ciało skrywają w sobie dwie grupy, tzw. grupę addytywną oraz grupę elementów odwracalnych. W szczególności macierze odwracalne tworzą bardzo ważną grupę. Również obroty i symetrie płaszczyzny, a nawet przestrzeni trójwymiarowej tworzą grupę, która, nawiasem mówiąc, daje się opisać jako podgrupa grupy macierzy.

Szalenie ważnymi obiektami w matematyce i jej zastosowaniach w ekonomii czy fizyce są **rozmaitości**, czyli takie przestrzenie, które z bliska wyglądają jak płaszczyzna (lub wyżej wymiarowa przestrzeń Euklidesowa). Najprostszym takim obiektem jest sfera (powierzchnia kuli), która z bliska tak bardzo przypomina płaszczyznę, że ludzkości zajęło chwilę uświadomienie sobie, że Ziemia nie jest płaska. Nieco bardziej skomplikowanym przykładem jest dętka rowerowa.

Podstawowym niezmiennikiem używanym w badaniu rozmaitości jest jej **grupa podstawowa** – grupa, która składa się z pętelek rysowanych na rozmaitości. Takie pętelki, o ile stykają się, możemy dodać (otrzymamy coś, co będzie wyglądać jak ósemka, ale to tylko trochę bardziej skomplikowany rodzaj pętelki).

Okazuje się, że taką grupę można opisać w zupełnie kombinatoryczny sposób za pomocą (zwykle nieskończonego) **grafu**, tzn. zbioru wierzchołków (punktów) połączonych krawędziami (kreskami). Każdy wierzchołek tego grafu reprezentuje element grupy, czyli pętelkę na rozmaitości. Dwa takie wierzchołki łączymy krawędzią, gdy jedną z pętelek można otrzymać z drugiej przez dorysowanie do niej jednej z kilku podstawowych pętelek.

Na przykład pętelki narysowane na okręgu (lub na pierścieniu) możemy utożsamić z liczbami całkowitymi, tzn. pętelka obiegająca okrąg dwukrotnie zgodnie z ruchem wskazówek zegara odpowiada liczbie 2, zaś pętelka obiegająca okrąg siedem razy przeciwnie do ruchu wskazówek zegara odpowiada liczbie -7. W rozważanym grafie każde dwie sąsiednie liczby są połączone krawędzią, bo kiedy pętelkę obiegającą okrąg 5 razy przedłużymy o pętelkę obiegającą okrąg jeden raz, uzyskamy pętelkę obiegającą okrąg 6 razy.

Opisane powyżej grafy (zwane grafami Cayleya) grup podstawowych jako obiekty kombinatoryczne są łatwiejsze w badaniu niż rozmaitości, od których pochodzą. Jednym ze sposobów badania tych grafów jest właśnie geometria dużej skali. Pozwala ona, patrząc na graf (z dużej odległości), wyciągać głębokie wnioski na temat rozmaitości (zdefiniowanych lokalnie, jako obiekty wyglądające jak płaszczyzna).

Okazuje się jednak, że patrząc z daleka na graf grupy, możemy przegapić niektóre ważne informacje. Remedium jest badanie (również patrząc z oddali) ciągu skończonych grafów, które są coraz większe i coraz bardziej przypominają ten wyjściowy – takie grafy nazywamy **pudełkami**.

Stosowalność teorii związanej z pudełkami jest jednak ograniczona, gdyż nie zawsze jesteśmy w stanie znaleźć odpowiednie skończone grafy przypominające nieskończony graf. W tej sytuacji możemy uciec się do podobnej ale bardziej wyszukanej konstrukcji, tzw. konstrukcji **skręconego stożka**. Stożek taki, inaczej niż na lekcji matematyki, nie ma podstawy, lecz ciągnie się w nieskończoność.

Stożki, również te skręcone, rozszerzają się w miarę oddalania od ich wierzchołka. Gdybyśmy odsunęli się nieskończenie daleko, zobaczylibyśmy wewnątrz stożka mrowie grafów Cayleya grupy, od której pochodzi, a niekiedy również mrowie pudełek. Badanie takich stożków i ich związków z grupami, od których pochodzą, a w dalszej kolejności z rozmaitościami, jest przedmiotem niniejszego projektu badawczego.

Rozważane zagadnienia, to na przykład pytanie o to, czy taki stożek daje się umieścić w nieskończenie wymiarowej przestrzeni, tzw. przestrzeni Hilberta tak, aby nadmiernie go nie zdeformować (gdzie stopień deformacji oceniamy z oddali, ignorując lokalne odkształcenia) i jakie ma to konsekwencje dla grupy, od której stożek pochodzi, oraz dla wyjściowej rozmaitości. Zastanawiamy się też, jaki jest związek stożków, które nie spełniają takiego warunku, z niezawodnymi sieciami telekomunikacyjnymi.