

## Streszczenie Popularnonaukowe

# “Ideale toryczne stowarzyszone z matroidami, grupami, drzewami, oraz inne problemy kombinatoryczne”

Projekt dotyczy problemów kombinatoryki algebraicznej – działu matematyki, w którym związki kombinatoryki i algebry są wyjątkowo silne i istotne. Nasze podejście jest kombinatoryczne, to znaczy zamierzamy używać metod kombinatorycznych w celu rozwiązania problemów pochodzących z algebry, bądź z geometrii algebraicznej.

Rozmaitości toryczne są pewną, ale wciąż w miarę ogólną, klasą rozmaitości algebraicznych. Geometria rozmaitości torycznej jest w pełni zdeterminowana przez kombinatoryczne własności stowarzyszonego wachlarza. Gdy rozmaitość algebraiczna skonstruowana jest w sposób kombinatoryczny, naturalne jest oczekiwanie na kombinatoryczny opis równań ją zadających. Próba osiągnięcia takiego opisu często prowadzi do nieoczekiwanie głębokich problemów kombinatorycznych.

Hipoteza White’a o ideale torycznym matroidu jest dobrym przykładem. Opisuje ona generatory ideału torycznego stowarzyszonego z matroidem, w szczególności zaświadcza, że ideał ten generowany jest w stopniu 2. Jest to problem otwarty od ponad 35 lat.

Z hipotezą White’a silnie związany jest inny problem dotyczący matroidów – hipoteza o cyklicznym uporządkowaniu. Podaje ona warunek konieczny i wystarczający na istnienie takiego uporządkowania. Jak często bywa w teorii matroidów, jedna z implikacji jest łatwa. Druga pozostaje problemem otwartym od 1988 roku.

Kolejną garść kombinatorycznie ciekawych i trudnych pytań dostajemy rozważając ideale toryczne stowarzyszone z drzewami filogenetycznymi. W szczególności będziemy pracowali nad hipotezami Sturmfelsa i Sullivanta.

Celem projektu jest dokonać istotnego postępu w rozwiązaniu wspomnianych powyżej pytań i hipotez.