

## POPULARNONAUKOWE STRESZCZENIE PROJEKTU

Wiele własności układów dynamicznych może być z powodzeniem scharakteryzowanych przez pewne wielkości liczbowe nazywane charakterystykami liczbowymi lub wykładnikami charakterystycznymi. Należą do nich między innymi: wykładniki Lyapunova, Perrona, Bohla, Izobowa, Grobmana oraz uogólnione promienie spektralne. Liczby te opisują różne typy stabilności, tempo wzrostu lub malenia trajektorii układu, czy wrażliwość własności dynamicznych układu na zakłócenia parametryczne. Ponadto można przy pomocy tych wielkości badać zjawisko bifurkacji i własność posiadania atraktora.

W ostatniej dekadzie zaobserwowano duże zainteresowanie specjalistów z dziedziny teorii układów dynamicznych modelami, w których występują pochodne ułamkowych rzędów lub różnice ułamkowych rzędów. Układy takie w teorii sterowania nazywane są układami ułamkowego rzędu. Zainteresowanie układami ułamkowego rzędu podyktowane jest możliwością zamodelowania za ich pomocą zjawisk fizycznych nie dających się modelować układami całkowitego rzędu.

Historycznie pierwsze zastosowanie analizy ułamkowego rzędu do modelowania zjawisk rzeczywistych zostało opisane w pracy z 1823 r. Abel zastosował analizę ułamkowego rzędu do rozwiązania problemu tautochrony. Polega on na znalezieniu krzywej, po której czas staczania się (bez tarcia) masy punktowej, pod wpływem stałej siły ciężkości, do najniższego jej punktu jest taki sam, niezależnie od punktu startowego na tej krzywej. Elegancja tego podejścia skłoniła wielu naukowców zajmujących się zastosowaniami matematyki do używania pochodnych ułamkowego rzędu w modelowaniu zjawisk rzeczywistych. Okazało się, że opis zjawisk występujących w materiałach lepkosprężystych, dokładnie zależność zmian napięcia i naprężenia materiałów w czasie, zmiany kształtu pod wpływem czynników zewnętrznych takich, jak siły i temperatura, z wykorzystaniem układów ułamkowego rzędu daje lepsze rezultaty niż w przypadku zastosowania układów całkowitego rzędu.

Równoległe ze wzrostem ilości zastosowań cały czas rozwija się teoria układów ułamkowego rzędu. Wzrost liczby zastosowań układów ułamkowego rzędu implikuje ciągłą potrzebę rozwoju metod modelowania, syntezy, analizy i zrozumienia dynamiki układów takiej postaci. Obecnie wydawane są co najmniej dwa czasopisma poświęcone zastosowaniom rachunku różniczkowego ułamkowego rzędu: *Fractional Calculus and Applied Analysis* oraz *Journal of Fractional Calculus and Applications*. Ponadto corocznie odbywa się wiele konferencji poświęconych tej tematyce. W Polsce cyklicznie odbywa się konferencja *Non-Integer Order Calculus and its Applications*. Edycja 2016 zostanie zorganizowana w Zakopanem w dniach 20-21 września 2016 r., a wnioskodawcy projektu zaangażowani są w jej organizację.

O ile pewne własności dynamiczne układów ułamkowego rzędu, takie jak stabilność, czy sterowalność zostały już częściowo zbadane, to podejście oparte na wykładnikach charakterystycznych nie było jeszcze w literaturze szeroko dyskutowane. W projekcie w oparciu o wprowadzone charakterystyki liczbowe zamierza się badać problem stabilności i stabilizowalności ciągłych układów liniowych ułamkowego rzędu oraz związek między stabilizowalnością, a sterowalnością. Ostatni problem, w przypadku liniowych układów stacjonarnych całkowitego rzędu, jest w teorii sterowania dobrze znany, gdyż opisuje go tak zwane twierdzenie o lokowaniu biegunów. Twierdzenie to jest podstawą wielu metod projektowania regulatorów. Poszukiwanie analogu tego twierdzenia dla ciągłych układów ułamkowego rzędu będzie jednym z punktów proponowanego projektu.

W ramach projektu badana będzie klasa ciągłych układów ułamkowego rzędu. Dla ustalonego rozwiązania proponujemy rozważać następujące ułamkowe wykładniki charakterystyczne: Lyapunova, Perrona, Bohla i ogólne.

Szczegółowe cele badawcze to:

1. opis zbiorów wszystkich ułamkowych wykładników Lyapunova, Perrona, górnych (dolnych) Bohla odpowiadających różnym warunkom początkowym;
2. relacje pomiędzy różnymi typami wykładników charakterystycznych;
3. charakteryzacja własności dynamicznych układu ułamkowego rzędu takich jak stabilność, asymptotyczna stabilność, eksponencjalna stabilność, jednostajna stabilność, występowanie atraktora i zjawisko bifurkacji, poprzez charakterystyki liczbowe;
4. związki pomiędzy wykładnikami charakterystycznymi układu zakłóconego i układu niezakłóconego;
5. metoda obrotu Millionschikova dla układów ułamkowego rzędu;
6. zbadanie relacji pomiędzy różnymi typami sterowalności układów ułamkowego rzędu i znalezienie warunków koniecznych i/lub wystarczających dla nich;
7. związki pomiędzy różnymi typami sterowalności, a różnymi typami stabilizowalności;
8. odpowiednik twierdzenia o lokowaniu biegunów dla układów ułamkowego rzędu.