

Nr rejestracyjny: 2015/18/M/ST1/00075; Kierownik projektu: prof. dr hab. Piotr Andrzej Gwiazda

Celem projektu jest rozwój metod matematycznych dla hiperbolicznych układów praw zachowania wywodzących się z mechaniki ośrodków ciągłych i biologii matematycznej. Podstawowym przykładem jest układ Eulera opisujący przepływ nielepkiego płynu. Nasza uwaga będzie skierowana również w stronę podobnych układów, w szczególności modele typu płytkiej wody opisujące przepływ materiałów granularnych, czy równania Eulera uwzględniające odpychanie między cząsteczkami i nielocalne siły porządkujące w zachowaniach zbiorowych.

W zakresie analizy numerycznej skoncentrujemy się na metodzie cząstek, której zaletą jest to, że zamiast opierać się o stałą dyskretyzację przestrzenną, co często prowadzi do generowania dodatkowych błędów aproksymacji, stosuje opis lagrange'owski (tj. ledzimy obiekty unoszone przez potok). Jednakże wadą standardowej metody cząstek jest jej ograniczenie do pierwszego rzędu zbliżenia. W ramach niniejszego projektu zajmiemy się rozszerzeniem tego podejścia w kierunku metod wywodzących się z fizyki matematycznej. Mamy tu na myśli np. gładkie metody cząstek w połączeniu z wyższymi rzędami dokompozycjami problemu, co w efekcie prowadzi do schematów numerycznych o wyższym rzędzie zbliżenia.

Podsumowując, badania będą prowadzone w dwóch kierunkach:

1. hiperboliczne układy typu równania Eulera,
2. metody numeryczne wyższego rzędu bazujące na metodzie cząstek dla układów hiperbolicznych, w szczególności tutaj modele populacji ze strukturą.

Planujemy rozwijać metody, które swoje korzenie mają w fizyce (w szczególności w mechanice gazów), w szczególności metody optymalnego transportu, cząstek, potoków gradientowych, wypukłego całkowania, rozwińmiarowych czy relatywnych energii/entropii. Niespodziewanie, wiele z nich może z sukcesem być zastosowane w układach pojawiających się w biologii matematycznej, jak na przykład dynamice populacji. Badania zaproponowane w niniejszym projekcie wpisują się w nurt najbardziej współczesnych osiągnięć naukowych. Zaproponowana metodologia związana jest z przełomowymi rezultatami końca ostatniej dekady. Mimo że Polska ma wspaniałe tradycje w klasycznej analizie funkcjonalnej, to w chwili obecnej istotnym jest, aby podjąć wkład w najnowsze i najbardziej znaczące osiągnięcia. Niedawne rezultaty Camillo De Lellis i Laszlo Szekelyhidi zmieniły typowe podejście do równań różniczkowych cząstkowych, otworzyły nowe sposoby wykorzystania abstrakcyjnych faktów funkcjonalno-analitycznych, takich jak twierdzenie Baire'a o kategoriach oraz sięgnięty do narzędzi geometrii różniczkowej (twierdzenie Nasha-Kuipera, wyniki uhonorowane nagrodą Abela dla J. Nasha i L. Nirenberga). Podobnie zagadnienia optymalnego transportu związane z C. Villaniam - laureatem medalu Fieldsa.

Projekt będzie realizowany we współpracy z Jose A. Carrillo (profesor w zakresie analizy stosowanej i numerycznej, Imperial College London).

Jego do wiadzenie obejmuje asymptotyki długookresowe, jako ciowe własności i schematy numeryczne dla nieliniowej dyfuzji, hydrodynamiczne i kinetyczne równania w modelowaniu zachowania zbiorowych układów wielu osobników takich jak rozrzedzone gazy, media granularne, transportu cząstek w półprzewodnikach, czy ruchu komórek przez chemotaksję. Chcemy korzystać ze współpracy z naszymi partnerami, którzy są wybitnymi specjalistami w różnych technikach równań różniczkowych cząstkowych, natomiast połączenie ich do wiadzenia i komplementarnej wiedzy prowadzi do zupełnie nowych i niespodziewanych wyników.