Nr rejestracyjny: 2015/18/E/ST1/00200; Kierownik projektu: dr Adam Sawicki

W pamięci klasycznego komputera zapisane są bity, które przyjmują wartość jeden albo zero i reprezentują odpowiednio logiczną prawdę i fałsz. Program komputerowy to sekwencja operacji, które realizowane są za pomocą funkcji Boolowskich działających na bitach w celu uzyskania określonego efektu. Funkcje Boolowskie to operacje logiczne, które są fizycznie realizowane za pomocą bramek logicznych - urządzeń elektronicznych, które wykonują określone operacje logiczne. Zbiór bramek, a w zasadzie typów bramek, który umożliwia implementację dowolnej funkcji Boolowskiej, nazywamy uniwersalnym zbiorem bramek. Przykładowo bramki typu {AND, OR, NOT}, które realizują koniunkcje, alternatywę oraz negację czy też bramka typu {NAND}, która realizuje negację koniunkcji są zbiorami uniwersalnymi. Godny uwagi jest też fakt, że istnieje tylko skończona liczba funkcji Boolowskich działających na n bitach.

Komputer kwantowy przedstawiany jest jako urządzenie, które operuje na bitach kwantowych czyli tzw. kubitach. Kubit to najprostszy możliwy układ kwantowo-mechaniczny ma bowiem tylko dwa stany bazowe, o których możemy myśleć jako o stanach prawdy i fałszu. Fizycznie kubit odpowiada chociażby polaryzacji światła (pionowa, pozioma), czy też spinowi cząstki (spin do góry, spin do dołu). Mechanika kwantowa zapewnia, że stan kubitu możne być dowolną superpozycją stanu prawdy z prawdopodobieństwem p1 i stanu fałszu z prawdopodobieństwem p2, gdzie p1+p2=1. Zbiór stanów kwantowych kubitu jest więc dużo większy niż dla bitu klasycznego, który przyjmuje tylko dwie wartości. Zwiększenie liczby stanów ma również pośrednie przełożenie w wielokrotnym zwiększeniu szybkości działania komputera operującego na kubitach. Bramki kwantowe, a więc operacje, które zmieniają stan kubitu z jednej superpozycji stanu prawdy i fałszu w drugą, przy zachowaniu sumy prawdopodobieństw równej jedności, tworzą zbiór, który ma strukturę dwuwymiarowej grupy unitarnej SU(2). Grupa ta zawiera nieprzeliczalnie wiele elementów. Wytworzenie nieprzeliczalnie wielu bramek w rzeczywistym laboratorium jest fizycznie niemożliwe. Podobnie jak w wypadku klasycznym, zazwyczaj mamy dostęp tylko do kilku ustalonych typów bramek, z których budujemy kolejne bramki. W ten sposób można zbudować co najwyżej przeliczalnie wiele operacji z SU(2). Niemniej jednak mogą one wciąż tworzyć gęsty zbiór w SU(2) co z kolei oznacza mozliwość zbudowania dowolnej bramki kwantowej z dowolnie dużą precyzją. Przykładowo słynny zbiór bramek {H,T} składający się z tzw. bramki Hadamarda i bramki fazowej ma tę własność i dlatego nazywamy go uniwersalnym zbiorem bramek dla jednego kubitu. Oczywiście komputer kwantowy potrzebuje więcej niż jednego kubitu do efektywnej pracy i należy dodać kolejne typy bramek, które umożliwią operacje wielokubitowe. W ten sposób otrzymujemy najprostszy model, który może posłużyć do obliczeń kwantowych.

W projekcie tym chcemy skupić się na rożnych aspektach problemów uniwersalności dla układów jedno- i wielo-kuditowych. Są to nieodłączne problemy związane z jakimikolwiek obliczeniami kwantowymi. Naszym głównym celem jest jednorodny matematycznie opis problemów uniwersalności w dowolnej liczbie wymiarów oraz znalezienie odpowiedzi na kilka istotnych, ze względu na potencjalne zastosowania, pytań wynikających z rozważania tego typu zagadnień. Przez kudit rozumiemy d-stanowy układ kwantowy, gdzie d>2. Układ taki może być efektywnie zrealizowany przy pomocy sprzężeń miedzymodowych w sieciach optycznych. W wypadku takiej implementacji bramki operujące na stanach kuditu nazywamy bramkami optycznymi i w wypadku, gdy mamy d modów światła tworzą one d-wymiarową grupę unitarna SU(d) (lub ortogonalna SO(d)). Ostatnio pojawiły się próby zrozumienia, które typy bramek optycznych generują geste zbiory w SU(d). Pokazano, ze każda 2-modowa bramka, jeżeli pozwolimy jej działać na dowolnych parach modów układu d-modowego, ma te własność. Podobny rezultat został otrzymany dla bramki 3-modowej. Naszym celem jest rozwinięcie nowych metod, które pozwolą na lepsze zrozumienie wielowymiarowych problemów uniwersalności. Miedzy innymi chcemy opisać warunki, jakie musi spełniać d-modowa bramka optyczna aby być uniwersalna. Co więcej chcemy dokonać klasyfikacji tych bramek, które można otrzymać bez przybliżenia z danej bramki optycznej oraz zrozumieć, której należy użyć w celu efektywnej budowy. Metody, które planujemy użyć to teoria sterowania, metody geometryczne oraz pewne elementy algebraicznej teorii liczb. Wyróżniającą cecha tego projektu jest więc interdyscyplinarność i rzadko spotykana kombinacja metod badawczych oraz zaangażowanych wykonawców.