

ródlęm tego projektu jest następujące ciekawe twierdzenie, które niedawno udowodnił kierownik projektu:

Twierdzenie. Niech $n \geq m$ i niech $\mathbb{C}_n^m(d_1, \dots, d_m)$ oznacza przestrzeń odwzorowań wielomianowych $f: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^m$ wielostopnia ograniczonego przez d_1, \dots, d_m . Wtedy istnieje taki gęsty podzbiór otwarty (w topologii Zariskiego) U zbioru \mathbb{C}_n^m , dla którego odwzorowania f, f' z U mają ten sam typ topologiczny.

To oznacza, że topologicznie prawie wszystkie odwzorowania z \mathbb{C}_n^m są takie same (w szczególności dla odwzorowania z U jest deformacją odwzorowania ustalonego typu topologicznego).

Zatem możemy mówić o niezmiennikach topologicznych ogólnego odwzorowania $f: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^m$. Ogólne odwzorowania z topologicznego punktu widzenia mają te same osobliwości, ten sam zbiór krytyczny, ten sam wyróżnik etc. Ponadto ogólne odwzorowanie ma względnie prostą geometrię.

Celem naszego projektu jest efektywne opisanie niezmienników topologicznych ogólnych odwzorowań. W szczególności wyznaczamy liczbę ostrzy ogólnego odwzorowania wielomianowego f z $\mathbb{C}_n^2(d_1, d_2)$, genus zbioru punktów osobliwych f , liczbę samoprzecięć wyróżnika (ta praca jest już ukończona). To samo zrobimy dla odwzorowań $f: \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^3$, $f: \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^4$, $f: \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ (w tym przypadku wyznaczamy liczbę jaskółczych ogonów i opisujemy topologię krzywej ostrzy), $f: \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^4$ etc. Chcielibyśmy także otrzymać ogólne wzory dla odwzorowań $f: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^m$, jednakże to zadanie wydaje się być bardzo trudne. Obecnie jesteśmy przekonani, że będziemy w stanie dostarczyć istotne wyniki w przypadku odwzorowań $f: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ dla dowolnego n oraz w przypadku odwzorowań $f: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^m$ dla małych wartości n . Wprowadzimy też nową definicję stabilności odwzorowania, która będzie odpowiednia dla badania odwzorowań wielomianowych.

Topologia gładkich odwzorowań $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ była badana przez wielu autorów. Jednym z prekursorów był Whitney, który pokazał, że jedynymi osobliwościami ogólnego gładkiego odwzorowania $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ są fałdy i ostrza. W późniejszym okresie autorzy skupili się jedynie na badaniach lokalnej natury, na przykład Gaffney i Mond podali wzór na liczbę ostrzy ogólnej perturbacji skończonego okręgu $f_0: (\mathbb{C}^2, 0) \rightarrow (\mathbb{C}^2, 0)$. Sposób podejścia do badania odwzorowań wielomianowych $f: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^m$, który proponujemy, jest całkowicie nowy. W pewnym sensie budujemy teorię osobliwości dla globalnych odwzorowań wielomianowych i tworzymy odpowiednie narzędzia, by to osiągnąć. Takie zakres proponowanych badań jest bezprecedensowy. Do tej pory wzory na liczbę osobliwości danego typu były uzyskiwane dla lokalnych odwzorowań i to tylko dla małych wartości n i m . Metody, które stworzymy, pozwalają na uzyskanie wzorów rekurencyjnych i dowodzenie wyników dla globalnych odwzorowań $\mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ dla dowolnych n .