

Tematyka projektu badawczego leży na pograniczu dwóch dziedzin: geometrii symplektycznej oraz topologii algebraicznej. Geometria symplektyczna jest działem geometrii różniczkowej, wywodzącym się z mechaniki klasycznej. Formalizm geometrii symplektycznej uogólnia naturalnie dla mechaniki pojęcia energii i pędów, zabrane w ramach tej teorii obiekty, takie jak odwzorowanie momentu (analog momentu pędu) czy Hamiltonian wywodzą się wprost z klasycznej fizyki.

Zarówno w fizyce jak i w matematyce, kluczowym zagadnieniem jest badanie niezmienników - wartości nie zmieniających się przy pewnych ustalonych modyfikacjach badanego układu. Przykładowo, w układach fizycznych często interesujemy się wartościami nie zmieniającymi się w czasie lub nie zmieniającymi się przy symetriach układu. Dla układu posiadającego symetrię obrotową często interesujemy się opisującymi go parametrami fizycznymi, które nie zmieniają się przy obrotach układu itp. W tym twierdzeniem mechaniki klasycznej jest twierdzenie Noether, mówi ono, że każda wartość zachowana odpowiada pewnej symetrii układu (np. zasada zachowania energii odpowiada symetrii polegającej na translacji w czasie, zasada zachowania momentu pędu odpowiada symetrii obrotowej układu).

Matematycznym odpowiednikiem powyższego opisu klasyczno-mechanicznego są przestrzenie symplektyczne (posiadające wyróżnione współrzędne odpowiadające pędowi i położeniu), wyposażone w działanie pewnej grupy. Grupa jest obiektem algebraicznym służącym do opisu przekształceń będących symetriami badanej przestrzeni. Badanie niezmienników działania grup na przestrzeniach symplektycznych jest zatem analogiem szukania wartości zachowanych w układach fizycznych.

Topologia algebraiczna jest jedną z najefektywniejszych teorii stosowanych do badania tzw. przestrzeni topologicznych - naturalnego uogólnienia geometrii, badających rozważane obiekty z dokładnością do ciągłych deformacji, które można w sposób ciągły odwrócić. Topologia algebraiczna przypisuje badanym przestrzeniom obiekty algebraiczne (na przykład ich grupy symetrii), zamieniając problem badania deformacji przestrzeni na badanie przekształceń pomiędzy obiektami algebraicznymi, co niejednokrotnie jest zadaniem znacznie prostszym. Celem topologii algebraicznej jest zatem przypisanie badanej przestrzeni pewnego niezmiennika (względnie pewnych deformacji tej przestrzeni), będącego obiektem algebraicznym, a następnie przetłumaczenie rozważanego zagadnienia na język algebry.

Jednym z użytecznych niezmienników używanych w topologii algebraicznej są teorie kohomologii. Dla przestrzeni z działaniem grupy (takich jak opisane wyżej przestrzenie symplektyczne) naturalną teorią kohomologii są kohomologie ekwiwariantne - uwzględniające nie tylko topologię badanej przestrzeni, ale także działanie na niej grup. Jest to podstawowy obiekt badany w ramach tego projektu. Pojawiający się w tytule projektu homomorfizm Gysin jest uogólnieniem pojęcia całki. Udowodnione przeze mnie w szczególnych przypadkach wzory pokazują, jak wyrażać wspomniane całki przy użyciu metod analizy zespolonej, jako rezidua w nieskończoności pewnych funkcji.

Celem projektu jest pokazanie, jak dla danej klasy przestrzeni jakimiś stanowi przestrzenie jednorodnie grup Liego, geometria symplektyczna i teoria kohomologii ekwiwariantnych mogą zostać wspólnie zastosowane do opisu homomorfizmu Gysina. Pozwoliłoby to na uogólnienie otrzymanych przeze mnie częściowych wyników dotyczących homomorfizmu Gysina oraz wyposażeń ich w interpretację geometryczną, pozwalając na efektywniejsze stosowanie metod geometrii symplektycznej do badania teorii kohomologii ekwiwariantnych.

Dodatkowo, tak uzyskany opis za pomocą reziduw mógłby uprościć obliczenia związane z rachunkiem funkcji symetrycznych, których badanie stanowi istotny problem kombinatoryczny.