

Proponowane jest zbadanie kilku problemów, z których wszystkie należą do obszaru teorii układów dynamicznych. Teoria ta historycznie wyrosła z mechaniki niebios pod koniec XIX wieku, a za jej założyciela uważa się francuskiego matematyka Henri Poincaré. Był on pierwszym, który udowodnił, że zagadnienia mechaniki niebios, jak na przykład opis ruchu trzech ciał oddziałujących grawitacyjnie, nie mogą być rozwiązane w postaci wzorów. Powstała zatem potrzeba rozwinięcia metod jakościowych w celu opisania interesujących aspektów ruchu. Klasycznym pytaniem, które pozostaje bez odpowiedzi do dziś, jest stabilność Układu Słonecznego - a mianowicie czy należy się spodziewać, że będzie on trwał bez istotnych zmian na zawsze, czy też w pewnym momencie dynamika doprowadzi do jakościowej zmiany jego struktury, na przykład wyrzucenia jednej planety w przestrze międzygwiazd. Stabilność w sensie ogólniejszym jest pytaniem o to, czy mała zmiana w początkowym stanie układu pozostanie mała w trakcie jego ewolucji, czy też w pewnym momencie stanie się znaczna.

Jak się okazało mechanika niebios jest zaledwie pierwszym przykładem matematycznego modelowania zmian. Obecnie modele takie są w użyciu w praktycznie wszystkich gałęziach nauk przyrodniczych i społecznych. Zwykle nie daje się ich rozwiązać wzorem i zazwyczaj bada się je poprzez symulacje komputerowe. Takie symulacje mogą jednak stracić sens faktycznego modelu, jeżeli brak jest stabilności i warunki początkowe zostały niefortunnie dobrane. Odpowiedni poziom jakościowego zrozumienia jest zatem nieodzowny.

Zagadnienia wybrane do badania w ramach tego projektu są na granicy chaosu, co oznacza, że występują w nich tak stabilne, jak i niestabilne ruchy. W porównaniu z modelami występującymi w praktycznych zastosowaniach są niezwykle proste, a w wielu przypadkach opisane tylko jednym rzeczywistym lub zespolonym parametrem. Jest to odbiciem trudności teorii układów dynamicznych, dla której nawet tak uproszczone przykłady niesionos istotne wyzwanie. Zakładamy krótki charakterystyk konkretnych celów badawczych projektu.

Pierwszy cel ma do czynienia z iteracjami wielomianów w płaszczyźnie zespolonej. Dobrze znanym obiektem, także na nauce popularnej, jest miejsce spójności lub zbiór Mandelbrota. Szczegółowe zamierzenia dotyczą złoonej struktury brzegu tego zbioru.

Cel drugi to badanie atraktorów metrycznych dla pewnej klasy przekształceń okręgu i płaszczyzny zespolonej. Atraktor metryczny opisuje długoterminowe zachowanie przypadkowo wybranych orbit układu. Wybrana klasa układów jest znana jako trudna do zbadania. Szczegółowe zamierzenia obejmują badania przy wsparciu komputerowym.

Cel trzeci dotyczy badania innej klasy przekształceń okręgu, która ma odniesienia do zamkniętych orbit pojawiających się w problemach mechaniki teoretycznej.

Cel czwarty jest związany z jednej strony z fizyką statystyczną, a z drugiej z zastosowaniami takimi jak optymalizacja i procesowanie obrazów. Problemem algorytmów optymalizacyjnych jest to, że mogą zbiegać do rozwiązań, które są tylko lokalne, a zatem optymalne przy małych zaburzeniach, ale dalekie od optymalnych globalnie. Pewien typ lokalnych rozwiązań zostanie zbadany pod kątem znalezienia ograniczeń na ich występowanie i sposobów unikania.