

Omawiany projekt dotyczy problemów związanych z badaniami, które dotyczą analizy matematycznej na przestrzeni wielu zmiennych zespolonych. W wielu zagadnieniach przejście z klasycznej analizy matematycznej (rzeczywistej) do analizy zespolonej ułatwia wykazanie i zrozumienie zjawisk, które bez tego przejścia pozostawałyby tajemnicze, a natura ich rzeczy byłaby zagadką. Widoczne to jest już w problemach tak podstawowych jak te, które są związane z badaniem własności wielomianów i szeregów liczbowych o czym uczą się już studenci na początku swoich studiów.

W analizie zespolonej wiele naturalnych obiektów ma bardzo regularne własności. Jest to zjawisko odmienne od tego, które występuje w przypadku rzeczywistym. Kluczowym w rozważaniach w zakresie analizy zespolonej jest fakt, że bardzo wiele obszarów (w tym obszary wypukłe) w zbiorze liczb zespolonych jest to samych (mówimy w takim przypadku o konforemnych lub biholomorficznych) z kołem jednostkowym - jest to treść fundamentalnego twierdzenia Riemanna o odwzorowaniu (z XIX wieku). W przypadku wielu zmiennych zespolonych analogiczne twierdzenie nie zachodzi (znane jest to od podania przykładu przez Poincarégo przed około stu laty). Tym bardziej potrzebna jest umiejętność klasyfikacji obszarów to samych (w sensie analizy zespolonej), co prowadzi do definiowania pewnych niezmienników, które są zachowywane przy odwzorowaniach biholomorficznych. Znanych jest szereg takich obiektów: funkcji, odległości, wielkości - w naszym projekcie mowa jest między innymi o funkcjach związanych z nazwiskami Carathéodory'ego, Kobayashiego, Bergmana, Lemperta, funkcji ciskających. Jednym z fundamentalnych wyników pokazującym, że można mówić o analogonie twierdzenia Riemanna w przypadku funkcji wielu zmiennych zespolonych jest wynik Lemperta (sprzed 30 lat), który mówi, że w klasie obszarów wypukłych wiele z naturalnie rozważanych funkcji niezmienniczych jest to samych.

Celem projektu jest między innymi badanie do jakiej klasy obszarów można uogólnić wyniki Lemperta. Robocza hipoteza mówi o obszarach C -wypukłych - pewnym wariacie uogólnienia obszarów wypukłych do sytuacji zespolonej. Kluczowe w projekcie ma być to badanie własności obiektów niezmienniczych, również blisko powiązane z tym badaniem istnienia funkcji o z góry zadanych własnościach brzegowych na naturalnych (w analizie zespolonych) rodzinach obszarów (tak zwanych obszarach pseudowypukłych). Kolejnym elementem naszych badań będzie stosowanie metod analizy zespolonej do badania bardzo niezwykłych (czyt. wyjątkowo nieregularnych) obiektów rzeczywistych - funkcji ciągłych nigdzie nieróżniczkowalnych, których istnienie znane jest od XIX wieku.

Poruszane w projekcie tematy są ważne w teorii funkcji wielu zmiennych zespolonych i powiązane z istotnymi problemami rozważanymi przez najwybitniejszych specjalistów analizy zespolonej (np. problem Diedericha-Ohsawy, hipoteza Suitzy). Prace dotyczące tych problemów ukazują się w najważniejszych czasopismach matematycznych świata (Annals of Mathematics, Inventiones Mathematicae) i próba zrozumienia i odpowiedzi na stawiane pytania zainteresuje szerokie grono wybitnych uczonych. Z kolei funkcje ciągłe, nigdzie nieróżniczkowalne fascynują matematyków od momentu wykazania ich istnienia - systematyczne przedstawienie teorii związanej z nimi zainteresuje szereg matematyków (i nie tylko) specjalizujących się w najrozszerzonych działach nauki.