

Teoria grup kwantowych stanowi daleko idące uogólnienie teorii grup i analizy harmonicznej. Grupy odgrywają bardzo ważną rolę w matematyce i fizyce teoretycznej, gdy są one odpowiedzialne za tak zwane symetrie badanych zagadnień, modeli itp. Teoria grup rozwijana od dziewiętnastego wieku po dzień dzisiejszy rozwinęła wiele wyspecjalizowanych gałęzi, z których jedna zajmuje się grupami lokalnie zwartymi. Grupy lokalnie zwarte są obiektami, które dopuszczają pojęcie całkowania i tym samym badanie ich oznacza pracę na pograniczu algebry (teoria grup) i analizy oraz analizy funkcjonalnej (analiza rzeczywista, teoria przestrzeni Hilberta i Banacha, algebry operatorów). Z kolei teoria lokalnie zwartych grup *kwantowych* uogólnia właśnie tę ostatnią gałąź teorii grup w języku algebr operatorów.

Grupy kwantowe są obiektami, które podobnie jak zwykłe grupy odpowiadają za symetrie innych obiektów matematycznych, ale symetrie te rozumiane są w nieco ogólniejszym sensie. Przykładem może tu służyć praca [Soł], w której zbadano najogólniejsze symetrie algebry zespolonych macierzy 2×2 zachowujące tak zwane stany Powersa. Klasyczna grupa symetrii algebry macierzy musi zachowywać ład macierzy, ale istnieją symetrie ogólniejsze, które odpowiadają grupie kwantowej, a nie klasycznej.

Przejście od grup do grup kwantowych jest oparte na wzajemnie jednoznacznej odpowiedniości pomiędzy przestrzeniami lokalnie zwartymi, a przemiennymi C^* -algebrami oraz analogicznej odpowiedniości pomiędzy szerokimi klasami przestrzeni z miarą i (takie szerokie) klasy przemiennych algebr von Neumanna. W skrócie wygląda ono tak, że grupa kwantowa opisana jest przez C^* -algebrę posiadającą strukturę analogiczną do struktury C^* -algebry odpowiadającej lokalnie zwartej grupie, ale niebędącej algebrą przemienną. W tym samym duchu tworzona jest tak zwana *nieprzemienne geometria*, w której grupy kwantowe grają bardzo istotną rolę.

Proponowany projekt badawczy ma za cel zbadanie wybranych zagadnień teorii lokalnie zwartych grup kwantowych. Badania te zwiążą potencjał zastosowania teorii grup kwantowych w innych działach matematyki oraz w fizyce teoretycznej jak i pogłębienie zrozumienia samej teorii grup kwantowych.

[Soł] P.M. Sołtan: Quantum $SO(3)$ groups and quantum group actions on M_2 . *J. Noncommut. Geom.* **4** (2010), 1–28.